UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS
AREA COMUN 2006
CURSO DE MATEMATICA II

HOJA DE TRABAJO No. 1

OBJETIVO

*Ejercitar los conocimientos proporcionados en las clases magistrales de **Relaciones y Funciones**, dadas las definiciones del producto cartesiano y de relación, que hacen extensivos los conocimientos de la teoría de conjuntos, en la comprensión del significado, notación, representación gráfica, interpretación y utilización de las funciones matemáticas.*

I. Con los conjuntos $A = \{-4, -2, 0\}$; $B = \{1, 3, 5\}$; $X = \{1, 4\}$; $Y = \{-2, 0, 3\}$

1.1 Desarrolle el producto cartesiano AxA, AxB, BxA, BxB, XxY, YxX.
1.2 En cada uno de los productos anteriores, ¿ cuántas relaciones pueden obtenerse? Escriba tres de éstas por cada producto.
1.3 Represente en un plano cartesiano los conjuntos de pares ordenados resultantes de cada producto solicitado en 1.1

II. Dadas las relaciones:

$A = \{ (-2,-8), (0,-2), (1,1), (2,4), (3,7) \}$
$B = \{ (-2,-1), (-1,-1), (0,-1), (1,-1), (2,-1) \}$
$C = \{ (2,4), (3,5), (4,6), (4,7), (6,4) \}$
$D = \{ (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6) \}$
$E = \{ (1,2), (2,3), (1,4), (3,4) \}$
$F = \{ (1,1), (2,3), (5,6) (4,1) \}$
$G = \{ (-3,9), (-2,4), (0,0), (1,1), (3,9) \}$
$H = \{ (-1,-5), (0, 1), (1,3), (2,1), (3,-5) \}$
$I = \{ (0,0), (1/2, 1/8), (1,1), (2,8), (-1/2, -1/8), (-1,-1), (-2,-8) \}$

2.1 Defínase el dominio D y el rango o recorrido R en cada una de ellas.
2.2 Identifique las que son funciones.
2.3 Diagrámelas e identifique las que cumplen con ser biunívocas.
2.4 Traslade al plano cartesiano los pares ordenados de las relaciones que cumplen con ser funciones; únalos y conforme el comportamiento gráfico identifique la función real que representa la porción representada en el plano.

III: Cada una de las expresiones siguientes son funciones reales. En un plano cartesiano represente la gráfica aproximada de cada una de ellas, identificando los intervalos de Reales que corresponden a su Dominio, Contradominio y Rango o Recorrido.

3.01 $f(x) = x^2 - 4x$
3.02 $f(x) = x$
3.03 $f(x) = 1-x$
3.04 $f(x) = 2$
3.05 $f(x) = x^3$
3.06 $f(x) = 1/2\,(x + 1)$
3.07 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$
3.08 $f(x) = x^4 - 4x^2$
3.09 $f(x) = -x^2 + 2x - 1$
3.10 $f(x) = x^{1/3}$
3.11 $f(x) = \sqrt{x}$
3.12 $f(x) = \sqrt{9 - x}$
3.13 $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$
3.14 $f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)$
3.15 $f(x) = 1/x$
3.16 $f(x) = 1 / (x^2 - 4)$

IV. Represente en el plano cartesiano, identificando cada uno de los semiplanos

$A = \{ (x, y) \mid 5x - 2y \leq 8 \}$
$B = \{ (x, y) \mid y/4 \leq -2x/3 - 1 \}$
$C = \{ (x, y) \mid -2x + 2y > 2x + 20 \}$
$D = \{ (x, y) \mid x/2 < 3 - 2y/3 \}$
$E = \{ (x, y) \mid 2x - y/2 \geq 4 - y/2 \}$
$F = \{ (x, y) \mid 5x + y > 5x - 1 \}$

R. A = SSC B = SIC C = SSA D = SIA E = SDC F = SSA

V. Determine en el plano cartesiano el área solución en cada sistema de desigualdades

5.1)	5.2)	5.3)	5.4)
$3x + 2y \leq 120$	$4x + 2y < 60$	$x + y \leq 10$	$3x + 4y \leq 60$
$4x + 6y \leq 260$	$3x + 5y \leq 75$	$x \geq 3$	$4x + 3y \leq 60$
	$x \geq 0$	$y \geq -1$	$x \leq 10$
	$y \geq 0$		$y \leq 10$
			$x, y \geq 0$

VI APLICACIONES

6.1 Una fábrica planea la compra de un vehículo que se cotiza en Q. 120,000. Sus analistas han estimado que éste tiene un costo promedio de operación de Q. 1.50 por kilómetro. a) ¿Cuál es la función matemática que representa el costo total C de obtención y operación del vehículo, en términos del número de kilómetros x que se le maneje? b) ¿Cuál es el costo total proyectado si el vehículo se manejará durante 100,000 kilómetros en su vida útil? C) ¿Si se le maneja durante 150,000 kilómetros? *R. a) 120,000 + 1.50x* *b) Q. 270,000.00* *c) Q. 345,000.00*

6.2 La función de demanda de un artículo está dada por $Q_D = 10{,}000 - 50p$, y la de oferta para el mismo artículo está dada por el modelo $Q_S = 2{,}000 + 30p$.

6.2.1 Para precios en quetzales de 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180 y 200, ¿qué cantidades se estarian demandando y ofreciendo (en miles de unidades)? (Prepare tabla de valores)

6.2.2 Grafique ambas funciones en el primer cuadrante del plano cartesiano, representando en el eje de las ordenadas los precios del bien y en el eje de las abscisas las cantidades del bien (en miles de unidades).

6.2.3 Determine el precio y la cantidad de equilibrio del bien (en el punto de intersección de ambas funciones) *R. P = Q. 100 Q = 5,000*

6.2.4 ¿Qué tipo de funciones representan la oferta y la demanda?

6.3 Un activo se adquirió en Q. 10,000 y contablemente se registra cada año su valor en libros V, como una función del tiempo *t*, donde $V = f_{(t)} = 10{,}000 - 1{,}800t$.

6.3.1 Prepare una tabla de valores del activo por año transcurrido.

6.3.2 En el eje de las ordenadas represente los valores del bien y en el eje de las abscisas el tiempo en años transcurrido, relacionando cada año con el valor del bien en libros.

6.3.3 ¿Qué comportamiento tiene la función representada en el cuadrante?

6.3.4 ¿Qué interpretación le da al valor del activo al finalizar el quinto año?

6.3.5 ¿Cuál es el valor del activo en el año 0?

6.4 Un equipo de Basket Ball juega en un gimnasio con una capacidad de asientos para 15,000 espectadores. Con el precio (x) del boleto en Q. 12.00, la asistencia promedio en juegos recientes ha sido de 11,000 personas. Una investigación de mercado indica que por cada quetzal que se reduzca el precio del boleto, la asistencia promedio se incrementará en 1,000.

6.4.1 ¿Cuál es la función que determina el número de boletos vendidos?
R. 23,000 - 1,000x

6.4.2 ¿Cuál es la función que determina el ingreso por juego del equipo?
R. $-1{,}000\,x^2 + 23{,}000x$

6.4.3 ¿A qué precio deberán fijar los propietarios del equipo el precio del boleto para maximizar sus ingresos por la venta de los mismos? Sugerencia: Utilice la fórmula $x = -b/2a$ que determina las coordenadas del vértice en una función cuadrática. *R. Q. 11.50*